

Профильный уровень
Инструкция по выполнению работы

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 21 задание. Часть 1 содержит 9 заданий базового уровня сложности с кратким ответом. Часть 2 содержит 5 заданий повышенного уровня сложности с кратким ответом и 7 заданий повышенного и высокого уровней сложности с развёрнутым ответом. На выполнение экзаменационной работы по математике отводится **3 часа 55 минут (235 минут)**.

Ответы к заданиям 1–14 записываются по приведённому ниже образцу в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа запишите в поля ответов в тексте работы, а затем перенесите в бланк ответов № 1.

Ответ: $-0,8$.

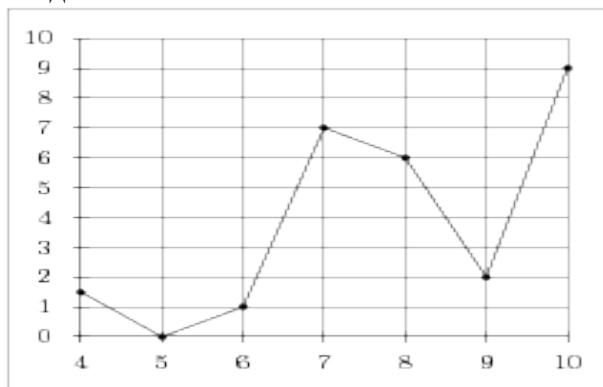
10	-	0	,	8															
----	---	---	---	---	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

При выполнении заданий 15–21 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов № 2. Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой, капиллярной или перьевой ручек. При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике не учитываются при оценивании работы. Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

Желаем успеха!

Вариант 1

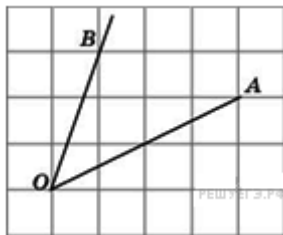
- Магазин закупает цветочные горшки по оптовой цене 120 рублей за штуку и продает с наценкой 20%. Какое наибольшее число таких горшков можно купить в этом магазине на 1000 рублей?
- На рисунке изображен график осадков в Калининграде с 4 по 10 февраля 1974 г. На оси абсцисс откладываются дни, на оси ординат — осадки в мм. Определите по рисунку, сколько дней из данного периода выпадало от 2 до 8 мм осадков.



- Для остекления музейных витрин требуется заказать 20 одинаковых стекол в одной из трех фирм. Площадь каждого стекла $0,25 \text{ м}^2$. В таблице приведены цены на стекло и на резку стекол. Сколько рублей будет стоить самый дешевый заказ?

Фирма	Цена стекла (руб. за 1 м^2)	Резка стекла (руб. за одно стекло)	Дополнительные условия
А	300	17	
Б	320	13	
В	340	8	При заказе на сумму больше 2500 руб. резка бесплатно.

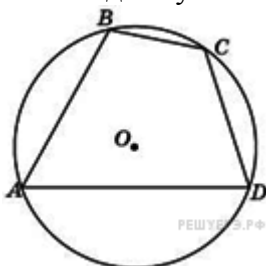
4. Найдите тангенс угла AOB .



5. В классе 26 человек, среди них два близнеца — Андрей и Сергей. Класс случайным образом делят на две группы по 13 человек в каждой. Найдите вероятность того, что Андрей и Сергей окажутся в одной группе.

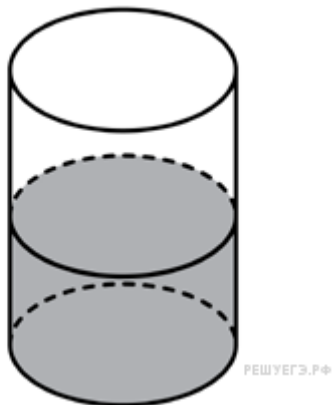
6. Найдите корень уравнения $3^{\log_3(5x-5)} = 5$

7. Точки A, B, C, D расположенные на окружности, делят эту окружность на четыре дуги AB, BC, CD, AD градусные величины которых относятся соответственно как $4:2:3:6$. Найдите угол A четырехугольника $ABCD$. Ответ дайте в градусах.



8. Прямая $y = 7x - 5$ параллельна касательной к графику функции $y = x^2 + 6x - 8$. Найдите абсциссу точки касания.

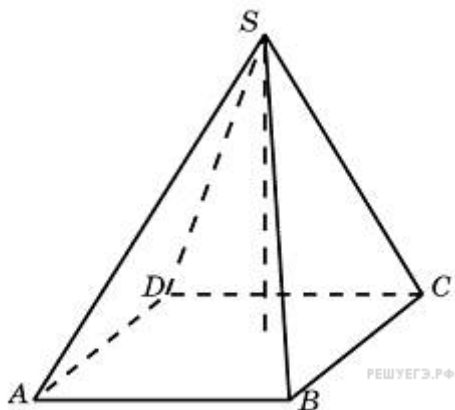
9. В цилиндрический сосуд налили 2000 см^3 воды. Уровень воды при этом достигает высоты 12 см. В жидкость полностью погрузили деталь. При этом уровень жидкости в сосуде поднялся на 9 см. Чему равен объем детали? Ответ выразите в см^3 .



10. Найдите $3 \cos \alpha$, если $\sin \alpha = -\frac{2\sqrt{2}}{3}$ и $\alpha \in (\frac{3\pi}{2}; 2\pi)$

11. Зависимость объема спроса q (единиц в месяц) на продукцию предприятия – монополиста от цены p (тыс. руб.) задается формулой $q = 100 - 10p$. Выручка предприятия за месяц r (в тыс. руб.) вычисляется по формуле $r(p) = q \cdot p$. Определите наибольшую цену p , при которой месячная выручка $r(p)$ составит не менее 240 тыс. руб. Ответ приведите в тыс. руб.

12. Основанием пирамиды является прямоугольник со сторонами 3 и 4. Ее объем равен 16. Найдите высоту этой пирамиды.



13. Первый сплав содержит 10% меди, второй – 40% меди. Масса второго сплава больше массы первого на 3 кг. Из этих двух сплавов получили третий сплав, содержащий 30% меди. Найдите массу третьего сплава. Ответ дайте в килограммах.

14. Найдите точку минимума функции $y = (3 - x)e^{3-x}$

15.а) Решите уравнение $\sqrt{2} \sin\left(\frac{3\pi}{2} - x\right) \cdot \sin x = \cos x$

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие промежутку $[-5\pi; -4\pi]$.

16. В правильной четырехугольной пирамиде $PABCD$, все ребра которой равны 4, точка K — середина бокового ребра AP .

а) Постройте сечение пирамиды плоскостью, проходящей через точку K и параллельной прямым PB и BC .

б) Найдите площадь сечения.

17. Решите неравенство $\log_2(x^2 + 4x) + \log_{0.5}\frac{x}{4} + 2 \geq \log_2(x^2 + 3x - 4)$.

18. Две окружности касаются внутренним образом. Третья окружность касается первых двух и их линии центров.

а) Докажите, что периметр треугольника с вершинами в центрах трёх окружностей равен диаметру наибольшей из этих окружностей.

б) Найдите радиус третьей окружности, если известно, что радиусы первых двух равны 6 и 2.

19. 1 января 2015 года Александр Сергеевич взял в банке 1,1 млн рублей в кредит. Схема выплаты кредита следующая — 1 числа каждого следующего месяца банк начисляет 1 процент на оставшуюся сумму долга (то есть увеличивает долг на 1%), затем Александр Сергеевич переводит в банк платёж. На какое минимальное количество месяцев Александр Сергеевич может взять кредит, чтобы ежемесячные выплаты были не более 275 тыс. рублей?

20. Найдите все значения параметра a , при каждом из которых система

$$\begin{cases} |x + 2y + 1| \leq 11, \\ (x - a)^2 + (y - 2a)^2 = 2 + a \end{cases}$$

имеет единственное решение.

21. На доске написано более 40, но менее 48 целых чисел. Среднее арифметическое этих чисел равно -3 , среднее арифметическое всех положительных из них равно 4 , среднее арифметическое всех отрицательных из них равно -8 .

- а) Сколько чисел написано на доске?
- б) Каких чисел написано больше: положительных или отрицательных?
- в) Какое наибольшее количество положительных чисел может быть среди них?

Профильный уровень
Инструкция по выполнению работы

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 21 задание. Часть 1 содержит 9 заданий базового уровня сложности с кратким ответом. Часть 2 содержит 5 заданий повышенного уровня сложности с кратким ответом и 7 заданий повышенного и высокого уровней сложности с развёрнутым ответом. На выполнение экзаменационной работы по математике отводится **3 часа 55 минут (235 минут)**.

Ответы к заданиям 1–14 записываются по приведённому ниже образцу в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа запишите в поля ответов в тексте работы, а затем перенесите в бланк ответов № 1.

Ответ: $-0,8$.

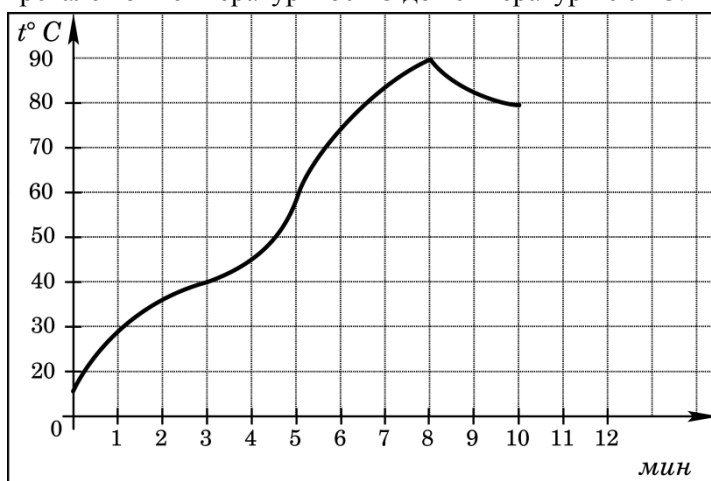
10	-	0	,	8																
----	---	---	---	---	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

При выполнении заданий 15–21 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов № 2. Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой, капиллярной или перьевой ручек. При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике не учитываются при оценивании работы. Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

Желаем успеха!

Вариант 2

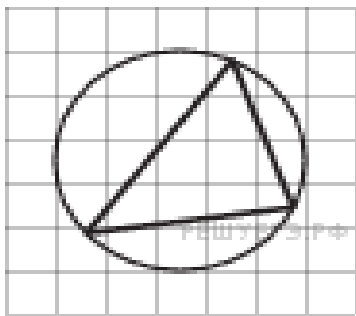
- В сентябре 1 кг винограда стоил 60 рублей, в октябре виноград подорожал на 25%, а в ноябре еще на 20%. Сколько рублей стоил 1 кг винограда после подорожания в ноябре?
- На графике показан процесс разогрева двигателя легкового автомобиля. На оси абсцисс откладывается время в минутах, прошедшее от запуска двигателя, на оси ординат — температура двигателя в градусах Цельсия. Определите по графику, сколько минут двигатель нагревался от температуры 60 °С до температуры 90 °С.



- От дома до дачи можно доехать на автобусе, на электричке или на маршрутном такси. В таблице показано время, которое нужно затратить на каждый участок пути. Какое наименьшее время потребуется на дорогу? Ответ дайте в часах.

	1	2	3
Автобусом	От дома до автобусной станции — 15 мин	Автобус в пути: 2 ч 15 мин.	От остановки автобуса до дачи пешком 5 мин.
Электричкой	От дома до станции железной дороги — 25 мин.	Электричка в пути: 1 ч 45 мин.	От станции до дачи пешком 20 мин.
Маршрутным такси	От дома до остановки маршрутного такси — 25 мин.	Маршрутное такси в дороге: 1 ч 35 мин.	От остановки маршрутного такси до дачи пешком 40 минут

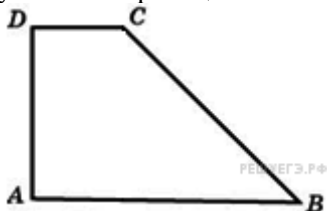
4. На клетчатой бумаге с размером клетки 1×1 изображён треугольник. Найдите радиус описанной около него окружности.



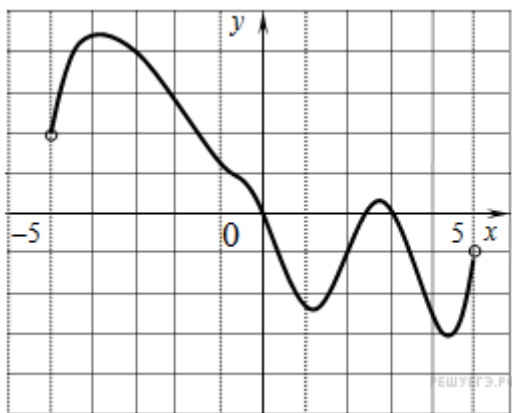
5. В классе учатся 21 человек. Среди них две подруги: Аня и Нина. Класс случайным образом делят на 7 групп, по 3 человека в каждой. Найти вероятность того, что Аня и Нина окажутся в одной группе.

$$\left(\frac{1}{2}\right)^{6-2x} = 4$$

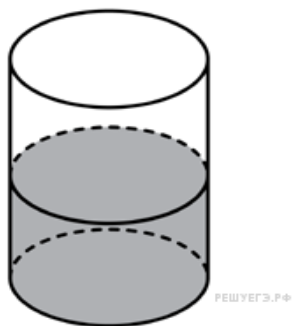
6. Найдите корень уравнения $\left(\frac{1}{2}\right)^{6-2x} = 4$.
7. Основания прямоугольной трапеции равны 12 и 4. Ее площадь равна 64. Найдите острый угол этой трапеции. Ответ дайте в градусах.



8. На рисунке изображен график функции $y = f(x)$, определенной на интервале $(-5; 5)$. Определите количество целых точек, в которых производная функции $f(x)$ отрицательна.



9. В цилиндрическом сосуде уровень жидкости достигает 16 см. На какой высоте будет находиться уровень жидкости, если ее перелить во второй сосуд, диаметр которого в 2 раза больше первого? Ответ выразите в см.

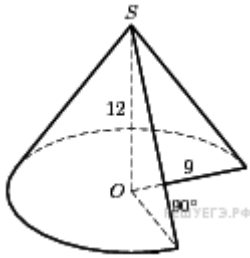


10. Найдите $\sin\left(\frac{7\pi}{2} - \alpha\right)$, если $\sin \alpha = 0,8$ и $\alpha \in \left(\frac{\pi}{2}; \pi\right)$.

11. Для определения эффективной температуры звезд используют закон Стефана–Больцмана, согласно которому мощность излучения нагретого тела P , измеряемая в ваттах, прямо пропорциональна площади его поверхности и четвертой степени температуры: $P = \sigma ST^4$, где $\sigma = 5,7 \cdot 10^{-8}$ – постоянная, площадь S измеряется в квадратных метрах, а температура T – в градусах Кельвина. Известно, что некоторая звезда имеет площадь

$$S = \frac{1}{16} \cdot 10^{20} \text{ м}^2, \text{ а излучаемая ею мощность } P \text{ не менее } 9,12 \cdot 10^{25} \text{ Вт. Определите наименьшую возможную температуру этой звезды. Приведите ответ в градусах Кельвина.}$$

12. Найдите объем V части конуса, изображенной на рисунке. В ответе укажите V/π .



13. Имеется два раствора. Первый содержит 10% соли, второй — 30% соли. Из этих двух растворов получили третий раствор массой 200 кг, содержащий 25% соли. На сколько килограммов масса первого раствора меньше массы второго?

14. Найдите наибольшее значение функции $y = 2x^2 - 13x + 9 \ln x + 8$ на отрезке $\left[\frac{13}{14}; \frac{15}{14}\right]$

15. а) Решите уравнение $-\sqrt{2} \sin\left(-\frac{5\pi}{2} + x\right) \cdot \sin x = \cos x$

- б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[\frac{9\pi}{2}; 6\pi\right]$.

16. В основании прямой призмы $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ лежит квадрат $ABCD$ со стороной 2, а высота призмы равна 1. Точка E лежит на диагонали BD_1 , причём $BE=1$.

- а) Постройте сечение призмы плоскостью $A_1 C_1 E$.

- б) Найдите угол между плоскостью сечения и плоскостью ABC .

17. Решите неравенство $3 \log_{11}(x^2 + 8x - 9) \leq 4 + \log_{11} \frac{(x-1)^3}{x+9}$

18. Две окружности пересекаются в точках P и Q . Прямая, проходящая через точку P , второй раз пересекает первую окружность в точке A , а вторую — в точке D . Прямая, проходящая через точку Q параллельно AD , второй раз пересекает первую окружность в точке B , а вторую — в точке C .

- а) Докажите, что четырёхугольник $ABCD$ — параллелограмм.

- б) Найдите отношение $CP:PB$, если радиус первой окружности втрое больше радиуса второй.

19. 31 декабря 2014 года Дмитрий взял в банке 4 290 000 рублей в кредит под 14,5% годовых. Схема выплаты кредита следующая — 31 декабря каждого следующего года банк начисляет проценты на оставшуюся сумму долга (то есть увеличивает долг на 14,5%), затем Дмитрий переводит в банк X рублей. Какой должна быть сумма X , чтобы Дмитрий выплатил долг двумя равными платежами (то есть за два года)?

20. Найдите все положительные значения a , при каждом из которых система $\begin{cases} (|x| - 5)^2 + (y - 4)^2 = 4, \\ (x - 2)^2 + y^2 = a^2 \end{cases}$ имеет единственное решение.

21. Натуральные числа от 1 до 12 разбивают на четыре группы, в каждой из которых есть по крайней мере два числа. Для каждой группы находят сумму чисел этой группы. Для каждой пары групп находят модуль разности найденных сумм и полученные 6 чисел складывают.

- а) Может ли в результате получиться 0?
- б) Может ли в результате получиться 1?
- в) Каково наименьшее возможное значение полученного результата?